2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．作答时，务必将答案写在答题卡上。写在本试卷及草稿纸上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．

A． B． C． D．

2．已知集合，则中元素的个数为

A．9 B．8 C．5 D．4

3．函数的图像大致为



4．已知向量，满足，，则

A．4 B．3 C．2 D．0

5．双曲线的离心率为，则其渐近线方程为

A． B． C． D．

6．在中，，，，则

A． B． C． D．

7．为计算，设计了右侧的程序框图，则在空白框中应填入

A．

B．

C．

D．

8．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于2的偶数可以表示为两个素数的和”，如．在不超过30的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于30的概率是

 A． B． C． D．

9．在长方体中，，，则异面直线与所成角的余弦值为

A． B． C． D．

10．若在是减函数，则的最大值是

A． B． C． D．

11．已知是定义域为的奇函数，满足．若，则

A． B．0 C．2 D．50

12．已知，是椭圆的左、右焦点，是的左顶点，点在过且斜率为的直线上，为等腰三角形，，则的离心率为

1.  B． C． D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．若满足约束条件 则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知圆锥的顶点为，母线，所成角的余弦值为，与圆锥底面所成角为45°，若的面积为，则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

记为等差数列的前项和，已知，．

（1）求的通项公式；

（2）求，并求的最小值．

18．（12分）

下图是某地区2000年至2016年环境基础设施投资额（单位：亿元）的折线图．



为了预测该地区2018年的环境基础设施投资额，建立了与时间变量的两个线性回归模型．根据2000年至2016年的数据（时间变量的值依次为）建立模型①：；根据2010年至2016年的数据（时间变量的值依次为）建立模型②：．

（1）分别利用这两个模型，求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由．

19．（12分）

设抛物线的焦点为，过且斜率为的直线与交于，两点，．

（1）求的方程

（2）求过点，且与的准线相切的圆的方程．

20．（12分）

如图，在三棱锥中，，，为的中点．

（1）证明：平面；

（2）若点在棱上，且二面角为，求与平面所成角的正弦值．



21．（12分）

已知函数．

（1）若，证明：当时，；

（2）若在只有一个零点，求．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4－4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为（为参数），直线的参数方程为

（为参数）．

（1）求和的直角坐标方程；

（2）若曲线截直线所得线段的中点坐标为，求的斜率．

23．[选修4－5：不等式选讲]（10分）

设函数．

（1）当时，求不等式的解集；

（2）若，求的取值范围．

**绝密★启用前**

2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学试题参考答案

一、选择题

1．D 2．A 3．B 4．B 5．A 6．A

7．B 8．C 9．C 10．A 11．C 12．D

二、填空题

13． 14．9 15． 16．

三、解答题

17．解：

（1）设的公差为*d*，由题意得．

由得*d*=2．

所以的通项公式为．

（2）由（1）得．

所以当*n*=4时，取得最小值，最小值为−16．

18．解：

（1）利用模型①，该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值为

(亿元)．

利用模型②，该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值为

(亿元)．

（2）利用模型②得到的预测值更可靠．

理由如下：

（ⅰ）从折线图可以看出，2000年至2016年的数据对应的点没有随机散布在直线上下．这说明利用2000年至2016年的数据建立的线性模型①不能很好地描述环境基础设施投资额的变化趋势．2010年相对2009年的环境基础设施投资额有明显增加，2010年至2016年的数据对应的点位于一条直线的附近，这说明从2010年开始环境基础设施投资额的变化规律呈线性增长趋势，利用2010年至2016年的数据建立的线性模型可以较好地描述2010年以后的环境基础设施投资额的变化趋势，因此利用模型②得到的预测值更可靠．

（ⅱ）从计算结果看，相对于2016年的环境基础设施投资额220亿元，由模型①得到的预测值226.1亿元的增幅明显偏低，而利用模型②得到的预测值的增幅比较合理．说明利用模型②得到的预测值更可靠．

以上给出了2种理由，考生答出其中任意一种或其他合理理由均可得分．

19．解：

（1）由题意得，*l*的方程为．

设，

由得．

，故．

所以．

由题设知，解得（舍去），．

因此*l*的方程为．

（2）由（1）得*AB*的中点坐标为，所以*AB*的垂直平分线方程为，即．

设所求圆的圆心坐标为，则

解得或

因此所求圆的方程为或．

20．解：

（1）因为，为的中点，所以，且．

连结．因为，所以为等腰直角三角形，

且，．

由知．

由知平面．

（2）如图，以为坐标原点，的方向为轴正方向，建立空间直角坐标系．



由已知得取平面的法向量．

设，则．

设平面的法向量为．

由得，可取，

所以．

由已知可得．

所以．解得（舍去），．

所以．

又，所以．

所以与平面所成角的正弦值为．

21．解：

（1）当时，等价于．

设函数，则．

当时，，所以在单调递减．

而，故当时，，即．

（2）设函数．

在只有一个零点当且仅当在只有一个零点．

（i）当时，，没有零点；

（ii）当时，．

当时，；当时，．

所以在单调递减，在单调递增．

故是在的最小值．

①若，即，在没有零点；

②若，即，在只有一个零点；

③若，即，由于，所以在有一个零点，

由（1）知，当时，，所以．

故在有一个零点，因此在有两个零点．

综上，在只有一个零点时，．

22．解：

（1）曲线的直角坐标方程为．

当时，的直角坐标方程为，

当时，的直角坐标方程为．

（2）将的参数方程代入的直角坐标方程，整理得关于的方程

．①

因为曲线截直线所得线段的中点在内，所以①有两个解，设为，，则．

又由①得，故，于是直线的斜率．

23．解：

（1）当时，

可得的解集为．

（2）等价于．

而，且当时等号成立．故等价于．

由可得或，所以的取值范围是